$$\boxed{\text{Experimentos}}\begin{cases}\underline{\text{Determinista}}\text{: aquel del que se puede predecir el resultado}\\ \underline{\text{Aleatorio}}\text{: aquel del que no se puede predecir el resultado que se va a obtener.}\end{cases}$$

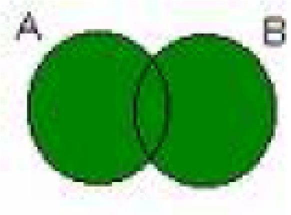
- El **espacio muestral** es el conjunto de todos los resultados que se pueden obtener al realizar un experimento aleatorio. Se representa con la letra E.

- Llamamos **Suceso** a cada uno de los subconjuntos del espacio muestral. Existen diferentes **tipos de Sucesos**:

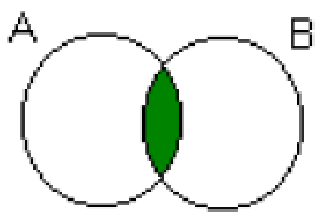
  - Suceso elemental: es aquel que está formado por un único resultado del experimento.
  - Suceso compuesto: es aquel que está formado por más de un resultado del experimento aleatorio.
  - Suceso seguro: es aquel que se verifica siempre. Es justamente el espacio muestral
  - Suceso Imposible: es aquel que no se verifica nunca. Se representa con $\varnothing$
  - Suceso contrario o complementario: dos sucesos son contrarios o complementarios si la verificación de uno implica la no verificación del otro. El contrario de A se representa con $\overline{A}$.
  - Sucesos incompatibles: son aquellos que no se pueden verificar a la vez. $A \cap B = \varnothing$

OPERACIONES CON SUCESOS:

- Unión de Sucesos: dados dos sucesos A y B, el suceso unión, $A \cup B$, es aquel que se verifica si lo hacen al menos uno de los dos sucesos A o B.



- Intersección de sucesos: dados dos sucesos A y B, el suceso intersección, $A \cap B$, es aquel que se verifica si lo hacen A y B al mismo tiempo.



PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES CON SUCESOS:

Propiedades	Unión	Intersección
Asociativa	$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$	$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$
Conmutativa	$A\cup B=B\cup A$	$A\cap B=B\cap A$
Idempotente	$A\cup A=A$	$A\cap A=A$
Simplificativa	$A\cup(A\cap B)=A$	$A\cap(A\cup B)=A$
Absorción	$A\cup E=E$	$A\cap\varnothing=\varnothing$
Elemento Neutro	$A\cup\varnothing=A$	$A\cap E=A$
Complementación	$A\cup\overline{A}=E$	$A\cap\overline{A}=\varnothing$
Distributiva	$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$	$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
LEYES DE MORGAN	$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$	$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

- **Definición de probabilidad:** cuando repetimos un experimento aleatorio muchas veces, la frecuencia relativa $= \dfrac{n_A}{n}$ (donde $\begin{cases} n_A = \text{nº de veces que ocurre el suceso A} \\ n = \text{nº de veces que se hace el experimento} \end{cases}$) de un suceso A tiende a aproximarse a un valor fijo, ese valor se define como probabilidad del suceso A (P(A))

REGLA DE LAPLACE:

Para poder aplicar esta regla, los diferentes sucesos elementales del experimento aleatorio tienen que ser equiprobables, es decir, que todos tengan la misma probabilidad.

La probabilidad de un suceso A es igual al cociente entre el número de casos favorables al suceso A y el número de casos posibles.

$$\boxed{P(A) = \frac{\text{Nº de casos favorables al suceso A}}{\text{Nº de casos posibles}}}$$

- **Definición axiomática de probabilidad**: otra forma de definir la probabilidad está basada en unos principios tan claros y evidentes que son admitidos sin necesidad de demostración, son los axiomas de probabilidad.

$\boxed{Axioma\ 1}$ $0 \leq P(A) \leq 1$ A es cualquier suceso.

$\boxed{Axioma\ 2}$ $P(\varnothing) = 0$ y $P(E) = 1$

$\boxed{Axioma\ 3}$ Si A y B son dos sucesos son incompatibles, es decir, $A \cap B = \varnothing$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Consecuencias

$\boxed{1}$ $\boxed{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}$

$\boxed{2}$ (2 sucesos) $\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

$\boxed{3}$ (3 sucesos) $\boxed{P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)}$

Probabilidad Condicionada:

La probabilidad de que ocurra un suceso B una vez ha ocurrido el suceso A, se representa por P(B / A) y se calcula así:

$$\boxed{P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}} \quad \text{siendo} \quad P(A) > 0$$

De la expresión anterior se deduce que: $\boxed{P(A \cap B) = P(B/A) \cdot P(A)}$

PROPIEDADES de la Probabilidad Condicionada:

$\boxed{1}$ $P(\varnothing / A) = 0$

$\boxed{2}$ $P(A / A) = 1$ $\qquad P(A) > 0$

$\boxed{3}$ $P(\overline{B} / A) = 1 - P(B / A)$

Nota : *SUCESOS INDEPENDIENTES*: dos sucesos A y B son independientes cuando el resultado obtenido en el primer suceso A no influye en el resultado del segundo suceso B $\boxed{P(A / B) = P(A)}$ $\boxed{P(B / A) = P(B)}$

* Si A y B son independientes $\boxed{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$

Experimentos Compuestos:

Hay experiencias en las que fácilmente podemos distinguir dos o más etapas. Se llaman pruebas compuestas. En ellas, el cálculo de probabilidades de sucesos compuestos se simplifica mucho calculando las probabilidades de sus componentes-

Dos pruebas compuestas son independientes cuando el resultado de una no influye en la otra. Si no es así, se llaman dependientes.

Ejemplo:

Experiencias independientes: Tirar una moneda y un dado a la vez.

Experiencias dependientes: Sacar dos bolas de una urna sin reemplazamiento

Probabilidad total:

Sean n sucesos A_1 , A_2 , ..., A_n incompatibles dos a dos con $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = E$
y un suceso cualquiera B del espacio muestral, se denomina probabilidad total del suceso B:

$$P(B) = P(A_1)\cdot P(B/A_1) + P(A_2)\cdot P(B/A_2) + \ldots\ldots P(A_n)\cdot P(B/A_n)$$

TEOREMA DE BAYES:

Sean n sucesos A_1 , A_2 , ..., A_n incompatibles dos a dos con $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = E$
y un suceso cualquiera B del espacio muestral. Las probabilidades a posteriori $P(A_i / B)$ se determinan mediante la expresión:

$$P(A_i / B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_i)\cdot P(B/A_i)}{P(B)} \quad \text{siendo} \quad P(B) > 0$$

1. Clasifica los siguientes experimentos como deterministas o aleatorios.

a) Lanzar una moneda al aire ALEATORIO

b) Pinchar un globo DETERMINISTA

c) Frenar un coche DETERMINISTA

d) Sacar una carta de una baraja ALEATORIO

2. Sean A, B y C, tres sucesos del espacio muestral E. Utilizando estos sucesos, expresa:

a) Los tres sucesos suceden simultáneamente. $A \cap B \cap C$

b) Ocurren A o B, pero no C. $(A \cup B) \cap \overline{C}$

c) Ocurre alguno de los tres sucesos. $A \cup B \cup C$

d) Ninguno de los tres sucesos sucede: $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

3. En el experimento de lanzar un dado con forma de dodecaedro, cuyas caras están numeradas del 1 al 12, halla:

a) El espacio muestral E = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 }

b) Los sucesos elementales C = { 1 }, D = { 2 }, ..., F = { 12 }

c) Suceso A = múltiplos de 3 A = { 3, 6, 9,12 }

d) Suceso B = números pares B = { 2, 4, 6, 8, 10, 12}

e) Suceso AUB AUB = { 2,3,4,6,8,9,10,12}

f) Suceso $A \cap B$ $A \cap B$ = { 6, 12 }

g) ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

SON COMPATIBLES YA QUE $A \cap B \neq \varnothing$

h) Halla $\overline{A}$ $\overline{A}$ = no ser múltiplo de 3 = { 1,2,4,5,7,8,10,11}

4. Describe el espacio muestral del lanzamiento de dos dados.

E = { (1,1) , (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1),.......,(5,6), (6,1) , (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) }

5. Se consideran los sucesos A y B asociados a un experimento aleatorio con P(A) = 0'7 , P(B) = 0'6 y $P(A \cap B) = 0'4$. Calcular $P(A \cup B)$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B})$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'7 + 0'6 - 0'4 = 0'9$$

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) \underset{\substack{\text{LEYES} \\ \text{DE MORGAN}}}{=} P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0'4 = 0'6$$

6. Sean los sucesos A y B tales que $P(A)=\frac{3}{8}$, $P(B)=\frac{1}{2}$ y $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$. Calcula:

a) $P(A\cup B)$ $\quad P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{3}{8}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{3+4-2}{8}=\frac{5}{8}$

b) $P(\overline{A})$ $\quad P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{3}{8}=\frac{8-3}{8}=\frac{5}{8}$

c) $P(\overline{A}\cup\overline{B})$ $\quad P(\overline{A}\cup\overline{B}) \underset{\substack{\text{LEYES}\\\text{DE MORGAN}}}{=} P(\overline{A\cap B})=1-P(A\cap B)=1-\frac{1}{4}=\frac{4-1}{4}=\frac{3}{4}$

d) $P(\overline{A}\cap\overline{B})$ $\quad P(\overline{A}\cap\overline{B}) \underset{\substack{\text{LEYES}\\\text{DE MORGAN}}}{=} P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$

1. De una baraja de 40 cartas española, se extrae una carta. Calcular las probabilidades siguientes: (R = " ser rey " C = " ser copa" F = " ser figura")

a) Que sea un rey $P(R)=\frac{4}{40}=\frac{1}{10}$

b) Que sea de copas $P(C)=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$

c) Que no sea figura $P(\overline{F})=\frac{28}{40}$ o $P(\overline{F})=1-P(F)=1-\frac{12}{40}=\frac{40-12}{40}=\frac{28}{40}$

d) Que sea el 7 de espadas $P(\text{" sea el 7 de espadas"})=\frac{1}{40}$

2. De una urna que contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10 se extrae una bola. Consideremos los sucesos: A = "obtener número par", B = "obtener un número mayor que siete" y C = "obtener un múltiplo de tres" Calcular la probabilidad de los sucesos: A, B, C, A∩B, AUB, A∩C, B∩C, A∩B∩C.

A = {"obtener número par"} = {2, 4, 6, 8,10} $\Rightarrow P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

B = { "obtener un número mayor que siete "} = { 8, 9, 10 }, $\Rightarrow P(B) = \frac{3}{10}$

C = { "obtener un múltiplo de tres "} = { 3 , 6, 9 } $\Rightarrow P(C) = \frac{3}{10}$

A∩B = { 8,10 } $\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

AUB = { 2,4,6,8,9,10} $\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

A∩C = { 6 } $\Rightarrow P(A \cap C) = \frac{1}{10}$

B∩C = { 9 } $\Rightarrow P(B \cap C) = \frac{1}{10}$

A∩B∩C = ∅ $\Rightarrow P(A \cap B \cap C) = 0$